

Übungen zur Reaktionskinetik

A Reaktion 1. Ordnung

- A1) Anfangskonzentration = 500 mmol/l. Halbwertszeit = 40 s. Welche Konzentration liegt nach 70 s vor?
- A2) Nach 10 Minuten ist die Konzentration $c(10) = 45,69$ mmol/l. Die Halbwertszeit ist 7 min. Welche Konzentration $c(0)$ lag am Anfang vor?
- A3) Eine Reaktion besitzt die Halbwertszeit 5 min. Wieviel % der Ausgangsmenge haben nach 33,2 Minuten zu Produkten reagiert?
- A4) Nach 5 Minuten haben 90% der Ausgangsmenge reagiert? Wie groß ist die Halbwertszeit?
- A5) Nach welcher Zeit ist noch 1 Promille der Ausgangsmenge vorhanden? Halbwertszeit = 7 min.
- A6) Nach 10 Minuten haben 75% der Ausgangsmenge zu Produkten reagiert. Wie groß ist die Halbwertszeit? (Durch *Nachdenken* lösen!)
- A7) Ausgehend von $c(0) = 567$ mmol/l ist die Konzentrationen nach 15 min $c(15) = 234$ mmol/l. Wie groß ist die Halbwertszeit?
- A8) Ausgehend von $c(0) = 800$ mmol/l ist die Konzentration nach 12 Minuten $c(12) = 200$ mmol/l. Zu welcher Zeit ist die Konzentration $c(t) = 50$ mmol/l? (Durch *Nachdenken* lösen!)

B Reaktion 1. Ordnung - Ergänzende Aufgaben

- B1) Bei 10 und bei 20 Minuten liegen die Konzentration $c(10) = 555$ mmol/l und $c(20) = 333$ mmol/l vor? Welche Konzentration liegt nach 30 Minuten vor? (Lösen Sie die Aufgabe ohne $c(0)$ zu berechnen!)
- B2) Halbwertszeit = 10 min; Anfangskonzentration $c(0) = 100$ mmol/l. Wie lange muss man warten, bis die Konzentration exakt 0 geworden ist? (Ein rein theoretisches Ergebnis!)
- B3) Halbwertszeit = 10 min; Anfangskonzentration $c(0) = 100$ mmol/l. Zu welcher Zeit liegt noch 1 Molekül in 1 Liter Lösung vor?
- B4) ☼ Gegeben ist eine chemische Reaktion $A \rightarrow 2 B$. (Beim Zerfall von 1 Molekül A bilden sich 2 Moleküle B). Die Halbwertszeit ist 33 min. Welche Konzentration von B liegt ausgehend von reinem A mit der Konzentration $c_A(0) = 750$ mmol/l nach 20 Minuten vor.
(Hinweis: Auf den Zusammenhang zwischen A und B achten! Wenn x Moleküle A durch die Reaktion zerfallen sind, haben sich $2x$ Moleküle B gebildet!)
- B5) ☼☼☼ Gegeben ist eine chemische Reaktion $A \rightarrow B$. (Beim Zerfall von 1 Molekül A bildet sich 1 Molekül B). Ausgehend von reinem A wird nach 15 Minuten die Konzentration $c_B(15) = 222$ mmol/l gefunden. Die Halbwertszeit ist 4,5 Minuten. Wie groß ist die Anfangskonzentration $c_A(0)$?
(Hinweis: Stellen Sie eine Beziehung auf, die nur die bekannten Größen k und $c_B(15)$ enthält!)

C Arrhenius - Gesetz

- C1) Berechnen Sie für eine Reaktion mit den Geschwindigkeitskonstanten $k = 0,751 \text{ min}^{-1}$ bei 240 °C und $k = 2,434 \text{ min}^{-1}$ bei 267 °C die Arrhenius'sche Aktivierungsenergie.
- C2) Eine chemische Reaktion besitzt bei 200 °C die Geschwindigkeitskonstante $0,08 \text{ s}^{-1}$. Bei welcher Temperatur, in °C, besitzt die Reaktion die Geschwindigkeitskonstante $0,17 \text{ s}^{-1}$, wenn die Aktivierungsenergie 50,0 kJ/mol ist?
- C3) Wieviel schneller verläuft eine Reaktion, wenn die Temperatur ausgehend von 300 K um 10 °C erhöht wird und die Aktivierungsenergie 53,6 kJ/mol ist?
- C4) Bei 25 °C ist die Geschwindigkeitskonstante 4. Wie groß ist die Geschwindigkeitskonstante bei 65 °C? Die Aktivierungsenergie ist 85,0 kJ/mol.
- C5) Bei 25 °C ist die Halbwertszeit 10 Minuten. Bei welcher Temperatur, in °C, ist die Halbwertszeit 10 Sekunden, wenn die Aktivierungsenergie 70,0 kJ/mol ist?

- A1) $k = \ln(2) / t_{1/2} = \ln(2) / 40 = 0,01733 \text{ s}^{-1}$;
 $c(70) = 500 \cdot \exp(-k \cdot 70) = 500 \cdot 0,2973 = 148,65 \approx \mathbf{149 \text{ mmol/l}}$
- A2) $c(0) = c(t) / \exp(-kt) = c(t) \cdot \exp(+kt)$
 $k = \ln(2) / t_{1/2} = \ln(2) / 7 = 0,099 \text{ min}^{-1}$; $c(0) = 45,69 \cdot \exp(0,99) = 122,99 \approx \mathbf{123 \text{ mmol/l}}$
- A3) $k = \ln(2) / t_{1/2} = 0,1386 \text{ min}^{-1}$; $c(t) = c(0) \cdot \exp(-k \cdot 33,2) = c(0) \cdot 0,0100 \equiv c(0) \cdot 1\%$;
 noch 1% der Ausgangsmenge ist übrig, reagiert haben also **99%**
- A4) $c(t) = c(0) \cdot 0,1$ (Noch 10% sind vorhanden, wenn 90% reagiert haben!)
 $k = (1/t) \cdot \ln[c(0) / c(t)] = 1/5 \cdot \ln [c(0) / \{0,1 \cdot c(0)\}] = 1/5 \cdot \ln[10] \approx 0,4605 \text{ min}^{-1}$;
 $t_{1/2} = \ln(2) / k = 1,5051 \approx \mathbf{1,5 \text{ min}}$
- A5) $c(t) = c(0) \cdot 0,001$; $k = \ln(2) / t_{1/2} = 0,09902 \text{ min}^{-1}$;
 $t = (1/k) \cdot \ln[c(0)/c(t)] = (1/k) \cdot \ln[1/0,001] = 69,76 \approx \mathbf{70 \text{ min}} \approx \mathbf{10 t_{1/2}}$
- A6) **100%** - ($t_{1/2}$) \rightarrow **50%** - ($t_{1/2}$) \rightarrow **25%**. "25% vorhanden" entspricht "75% reagiert".
 10 Minuten ist also $2 t_{1/2}$. Die Halbwertszeit ist **5 Minuten**.
- A7) $k = (1/15) \cdot \ln [567 / 234] = 0,059 \text{ min}^{-1}$; $t_{1/2} = \ln(2) / k = 11,747 \approx \mathbf{11,7 \text{ min}}$.
- A8) 200 ist 1/4 von 800. Also unter Beachtung der Halbwertszeit:
800 - ($t_{1/2}$) \rightarrow **400** - ($t_{1/2}$) \rightarrow **200** - ($t_{1/2}$) \rightarrow **100** - ($t_{1/2}$) \rightarrow **50**; weitere 12 min später: **24 min**.
- B1) Zeitanfang ist beliebig, also auf 10 min gesetzt; $k = (1/10) \cdot \ln[555 / 333] = 0,0511 \text{ min}^{-1}$;
 ($t_{1/2} = 13,6 \text{ min}$); für $c(30)$ ist Zeitdifferenz zum Anfang 10 min: 20 min!
 $c(30) = 555 \cdot \exp(-k \cdot 20) = \mathbf{199,8 \text{ mmol/l}}$.
- B2) $c(t) = c(0) \cdot \exp(-kt)$. Für welches t wird die Exponentialfunktion 0? Erst für $t \rightarrow \infty$! Für eine Abnahme auf die Konzentration 0 ist die Reaktionsdauer **unendlich lange**.
- B3) Anfangskonzentration 0,1 mol/l. Endkonzentration: 1 Molekül = $1 / N_A$ mol pro Liter.
 $k = 0,0693 \text{ min}^{-1}$; $t = (1/k) \cdot \ln[0,1 / (1/N_A)] = (1/k) \cdot \ln[6,022 \cdot 10^{22}] = 756,7 \text{ min} \approx \mathbf{12,6 \text{ h}}$.
- B4) $k = 0,021 \text{ min}^{-1}$; $c_A(20) = 750 \cdot \exp(-k \cdot 20) = 492,7$; reagiert haben also $750 - 492,7 = 257,3$;
 für jedes zerfallene A entstehen 2 B: $c_B(20) = 514,5 \approx \mathbf{515 \text{ mmol/l}}$.
- B5) Bilanz: $c_A(0) \quad 0 \quad$ zur Zeit 0; $c_B(0) = 0$ (laut Aufgabenstellung!)
 $c_A(0) - c_B(15) \quad c_B(15) \quad$ zur Zeit 15 min
 damit ist $c_A(15) = c_A(0) - c_B(15)$. Dies liefert eine Gleichung für $c_A(0)$:
 $c_A(0) - c_B(15) = c_A(0) \cdot \exp(-k \cdot 15)$; aufgelöst: $c_A(0) = c_B(15) / \{1 - \exp(-k \cdot 15)\}$;
 $k = 0,154 \text{ min}^{-1}$; $c_A(0) = 222 / 0,9008 = 246,45 \approx \mathbf{247 \text{ mmol/l}}$
- C1) $E_A = \ln[0,751 / 2,434] \cdot 8,314 / (1/540,15 - 1/513,15) = \mathbf{100,4 \text{ kJ/mol}}$
- C2) $\ln[k_1 / k_2] = (E_A/R) \cdot (1/T_2 - 1/T_1)$
Zuordnung: 1 200 °C; 473,15 K; $k_1 = 0,08$ // 2 T_2 gesucht; $k_2 = 0,17$
 $1/T_2 = \ln(0,08/0,17) \cdot 8,314 / 50 \cdot 10^3 + 1/473,15 = 0,001988$;
 $T_2 = 503,0 \text{ K} = 229,8 \text{ °C} \approx \mathbf{230 \text{ °C}}$
- C3) Als T_1 310 K, als T_2 300 K gewählt: $\ln[k_1 / k_2] = (53.600/8,314) \cdot (1/300 - 1/310) = 0,6932$
 $k_1/k_2 = \exp(0,6932) = 2$; die **Reaktionsgeschwindigkeit verdoppelt** sich bei einer Temperaturerhöhung um 10 Grad (von 300 K ausgehend).
- C4) *Zuordnung:* 1 25 °C; 298,15 K; $k_1 = 4$ // 2 65 °C; 338,15 K; k_2 gesucht
 $\ln[4 / k_2] = (85.000 / 8,314) \cdot (1/338,15 - 1/298,15) = -4,056$; $4 / k_2 = 0,0173$; $k_2 \approx \mathbf{231}$
- C5) $E_A = 70.000 \text{ J/mol}$; $k_1 / k_2 = t_{1/2}(2) / t_{1/2}(1)$, weil $k = \ln(2) / t_{1/2}$.
 $\ln[k_1 / k_2] = \ln[t_{1/2}(2) / t_{1/2}(1)] = (E_A/R) \cdot (1/T_2 - 1/T_1)$
Zuordnung: 1 25 °C; 298,15 K; 600 s // 2 T_2 gesucht; 10 s
 $\ln[10 / 600] = (70.000 / 8,314) \cdot (1/T_2 - 1/298,15)$ (beide $t_{1/2}$ in gleicher Zeiteinheit s!)
 $1/T_2 = -4,863 \cdot 10^{-4} + 3,3540 \cdot 10^{-3} = 2,8677 \cdot 10^{-3}$; $T_2 = 348,7 \text{ K} \rightarrow \mathbf{75,6 \text{ °C}}$