

ZUM DREISATZ

1. ERKLÄRUNGEN

Die meisten chemischen Rechnungen ("Fachrechnen") lassen sich mit dem Dreisatz lösen. Wenn man den (richtigen) Ansatz gemacht hat, ist nur etwas Übung im Bruchrechnen nötig, um nach der unbekanntem Größe aufzulösen. Schwierigkeiten kann also nur der Ansatz machen. Anstelle der Anwendung des Dreisatzes ist meistens auch eine Benutzung von Formeln möglich!

Verwendete Abkürzungen: r.S. = "reine Substanz, der gelöste Stoff"; Lsg. = "Lösung"

Wenn 5 g NaCl in 20 g Lösung vorliegen, wie viel g NaCl sind dann in 60 g Lösung?
60 g Lösung ist das Dreifache von 20 g, also ist auch das Dreifache gelöst: **15 g NaCl.**

☑ Dabei ist schon ein "Wissen" mitbenutzt worden. Die Konzentration einer Lösung ist unabhängig von der Menge. (Jeder weiß das vom Haushalt: Wenn wir aus einer Flasche ein Getränk entnehmen, haben wir immer noch dasselbe Getränk, nur eine andere Menge.)

Diese einfache Überlegung kann man auch mit Formeln hinschreiben:

Nach der Definition des Massenanteils gilt: $w(\text{r.S.}) = m(\text{r.S.}) / m(\text{Lsg.})$;

damit ist $w(\text{r.S.}) = 5 \text{ g} / 20 \text{ g} = 0,25 = 25\%$ (erster Teil der Aufgabenstellung)

und $m(\text{r.S.}) = w(\text{r.S.}) \cdot m(\text{Lsg.}) = 0,25 \cdot 60 \text{ g} = 15 \text{ g NaCl}$.

Als Dreisatz:

20 g Lsg. → "entspricht" → 5 g r.S.

60 g Lsg. → "entspricht" → X

Der Dreisatz wird nach den Regeln des Bruchrechnens umgeformt und aufgelöst:

$$\frac{20 \text{ g Lsg.}}{60 \text{ g Lsg.}} = \frac{5 \text{ g r.S.}}{X} \quad \text{oder} \quad \frac{20 \text{ g Lsg.}}{5 \text{ g r.S.}} = \frac{60 \text{ g Lsg.}}{X}$$

In beiden Fällen folgt die Auflösung nach X: $X = \frac{60 \text{ g Lsg.}}{20 \text{ g Lsg.}} \cdot 5 \text{ g r.S.} = 15 \text{ g r.S.}$

(Die ausführliche Schreibweise ist natürlich nur am Anfang sinnvoll, später schreibt man abgekürzt!)

Wenn 4 g NaCl auf 40 g aufgelöst werden, ist die Lösung 10%-ig. Wie viel g Lösung erhält man, wenn 4 g aufgelöst werden und die Lösung 2%-ig ist?

Wir werden sehen, dass man bei der Anwendung des Dreisatzes darauf achten muss, ob eine direkte oder indirekte Proportionalität vorliegt.

Mit Formeln erhält man:

2%: $w(\text{r.S.}) = m(\text{r.S.}) / m(\text{Lsg.}) \Rightarrow m(\text{Lsg.}) = m(\text{r.S.}) / w(\text{r.S.}) = 4 \text{ g} / 0,02 = \mathbf{200 \text{ g Lösung}}$.

☺ Das sollte stimmen, denn für eine fünffach geringere Konzentration liefert dieselbe Menge reine Substanz eine fünffach größere Menge Lösung. Auf den Dreisatz verzichten wir.

Nun ein wenig anders:

Wenn eine bestimmte Menge NaCl auf 50 g aufgelöst wird, ist die Lösung 12%-ig. Wie viel g Lösung erhält man, wenn dieselbe Menge NaCl aufgelöst wird und die Lösung 2%-ig ist?

Mit Formeln:

12%: $m(\text{r.S.}) = m(\text{Lsg.}) \cdot w(\text{r.S.}) = 50 \text{ g} \cdot 0,12 = 6 \text{ g NaCl}$.

2%: $m(\text{Lsg.}) = m(\text{r.S.}) / w(\text{r.S.}) = 6 \text{ g} / 0,02 = \mathbf{300 \text{ g Lösung}}$.

☺ Auch einzusehen, denn bei sechsfach geringerer Konzentration erhält man sechsmal mehr Lösung.

Wir wenden den Dreisatz an:

12% Lsg. → "entspricht" → 50 g Lsg..

2% Lsg. → "entspricht" → X

und lösen auf: $X = (2\% / 12\%) \cdot 50 \text{ g} = 8\frac{1}{3} \text{ g Lösung}$.

☛* Das ist nun falsch, aber WARUM?

Es wurde dabei "übersehen", dass 12% nicht 50 g Lösung "entspricht". (Falls man andere Wörter einsetzt, "gehört zu", "passt zu" usw., ändert das nichts am Fehler!)

Mathematisch ist im Dreisatz eine direkte Proportionalität zwischen linker und rechter Seite angenommen worden. Am Anfang war das richtig, denn wenn die Masse der gelösten Substanz zunimmt, nimmt auch die Masse der Lösung zu. Hier gilt aber, dass bei gleicher Masse der gelösten Substanz mit zunehmender Lösungsmenge die Konzentration abnimmt!

$w(\text{r.S.}) = \frac{m(\text{r.S.})}{m(\text{Lsg.})}$, d.h. bei gleichem $m(\text{r.S.})$: $w(\text{r.S.}) \sim \frac{1}{m(\text{Lsg.})}$ (umgekehrt proportional)

Der richtige Dreisatz in diesem Fall ist also

12% Lsg. → "entspricht" → 1 / 50 g Lsg..

2% Lsg. → "entspricht" → 1 / X

das führt zum Bruch $\frac{12\%}{2\%} = \frac{1/50 \text{ g}}{1/X}$ und aufgelöst $X = (12\% / 2\%) \cdot 50 = 300 \text{ g Lsg.}$

📖 Die Anwendung des Dreisatzes ist also nicht in jedem Fall einfacher als die Anwendung von Formeln. Zusätzlich sollte man sich die Dinge anschaulich überlegen: "Was ändert sich, wenn eine andere Menge genommen wird und in welche Richtung?" Folgerung: ÜBEN!

2. ÜBUNGEN

Die Aufgaben behandeln Zusammenhänge mit Massen und bei Lösungen als Gehaltsangabe den Massenanteil w . Sie sind nicht in ansteigender Schwierigkeit geordnet!

- 1) 500 g Lsg. enthalten 17 g r.S.. Wie viel g r.S. sind in 200 g Lsg.?
- 2) 200 g Lsg. enthalten 4 g r.S.. In wie viel Lösung sind 200 mg r.S.?
- 3) Wenn eine bestimmte Menge r.S. zu 150 g aufgelöst wird, ist die Lösung 6%-ig. Wieviel Lösung erhält man, wenn dieselbe Menge r.S. aufgelöst wird und der Gehalt dann 2% ist?
- 4) 2 mg Substanz liegen in 80 mg Lösung vor. Wieviel g Substanz liegen in 1 kg der gleichen Lösung vor?
- 5) 40 mg Substanz liegen in 500 mg Lösung vor. Wieviel Wasser benötigt man, um 200 g einer Lösung des gleichen Gehalts herzustellen? (Hinweis: Massen können addiert werden; die Masse der Lösung ist die Summe der Masse der gelösten Substanz und der Masse des Lösungsmittels.)
- 6) In 300 g einer technischen (d.h. verunreinigten) Probe von Eisenoxid (FeO) sind 120 g Eisen (Fe) enthalten. Berechne den Gehalt $w(\text{Fe})$, in %. Wieviel von der technischen Probe benötigt man, um 2 t (Tonnen) Eisen zu erhalten?
- 7) Eine technische Probe von Calciumphosphat wird zu Phosphor und anschließend zu Phosphorpentoxid umgesetzt. Es gelten die Zusammenhänge: 1 g (technisches) Calciumphosphat enthält 70 mg Phosphor und 1 g Phosphorpentoxid entspricht 436,4 mg Phosphor. Wieviel technisches Calciumphosphat ist nötig, um 20 kg Phosphorpentoxid herzustellen? (Zwei Dreisätze nötig!) (☛*)
- 8) Man löst 15 g r.S. zu 50 g Lösung auf. Anschließend gibt man weitere 150 g Wasser dazu. Wie viel g r.S. sind in der zweiten Lösung? Wie viel g r.S. sind in 40 g der neuen Lösung?

Zur Kontrolle: Ergebniswerte der Aufgaben 1) - 8):

6,8 g ||| 10 g ||| 450 g ||| 25 g ||| 184 g ||| 40%, 5 t ||| $\approx 124,7$ kg ||| 15 g, 3 g

Das sollte am Anfang reichen, nicht sofort die Lösung nachschauen!

Noch einige Aufgaben:

- 9) 7 g einer Lösung enthalten 800 mg r.S.. Wieviel Wasser wird zur Herstellung von 350 g einer Lösung des gleichen Gehalts benötigt.
- 10) Zur Herstellung von 10 g einer Lösung benötigt man 8 g Wasser. Wieviel g r.S. sind in 200 g einer Lösung des gleichen Gehalts enthalten?
- 11) 5 g r.S. und 15 g Wasser werden gemischt. Wieviel g r.S. sind in 400 g einer Lösung des gleichen Gehalts enthalten?
- 12) Durch Mischen von 5 g r.S. und einer bestimmten Menge Wasser entsteht eine Lösung mit einem bestimmten Gehalt w. Wenn zu 50 g einer Lösung des gleichen Gehalts w 150 g Wasser zugegeben werden, entsteht eine Lösung mit dem Gehalt $w(\text{r.S.}) = 4\%$.
 - a) Wieviel g Wasser werden benötigt, um 140 g einer Lösung des gleichen Gehalts w herzustellen?
 - b) Wieviel g Wasser wurden für die erste Lösung verwendet? (☹)
- 13) 1 g Natriumbromid enthält 223,4 mg Natrium. 2 g Natriumbromid werden mit 48 g Wasser gemischt. Wie viel g Natrium sind in 250 g dieser Lösung?
- 14) Eine 5%-ige Zuckerlösung liegt vor. 123 g dieser Lösung werden mit 456 g dieser Lösung eingehend gemischt. Anschließend werden 789 g einer 5%-igen Zuckerlösung dazugegeben. Welchen Gehalt hat die entstehende Lösung?
- 15) Nicht chemisch: Wenn 1 Mann seiner Geliebten 1 Rose am Valentinstag schenkt, wie viele Rosen schenken dann 10 Männer (gleicher Schenkungsneigung) ihrer Geliebten?

Das soll zum Üben reichen. (Später lernen Sie wahrscheinlich auch noch weitere Lösungswege.)

Auch hier als erstes die **Ergebniswerte**:

310 g ||| 40 g ||| 100 g ||| a) 117,6 g; b) 26,25 g ||| 2,234 g ||| 5% ||| 1

LÖSUNGEN:

- 1) 500 g Lsg \rightarrow 17 g r.S. // 200 g Lsg. \rightarrow x // $x = (200 / 500) \cdot 17 = \mathbf{6,8 \text{ g r.S.}}$
Kontrolle: $17 / 500 = 3,4\%$; $6,8 / 200 = 3,4 \%$ (gleiches w, da gleiche Lösung)
- 2) 4 g r.S. \rightarrow 200 g Lsg. // 0,2 g r.S. \rightarrow x // $x = (0,2 / 4) \cdot 200 = \mathbf{10 \text{ g Lsg.}}$
Kontrolle: $4 / 200 = 2\%$; $0,2 / 10 = 2\%$
- 3) Indirekte Proportionalität! $6\% \rightarrow 1 / 150 \text{ g} // 2\% \rightarrow 1 / x$
 $(6\% / 2\%) = (1 / 150) / (1 / x) : x = (6\% / 2\%) \cdot 150 = \mathbf{450 \text{ g Lsg.}}$
oder über *Formeln*: $6\%: m(\text{r.S.}) = 150 \cdot 0,06 = 9 \text{ g r.S.}$
 $2\%: m(\text{Lsg.}) = m(\text{r.S.}) / w(\text{r.S.}) = 9 \text{ g} / 0,02 = 450 \text{ g Lsg.}$
- 4) 2 mg r.S. \rightarrow 80 mg Lsg. // x r.S. \rightarrow 1 kg Lsg.
 $x = (2 \text{ mg} / 80 \text{ mg}) \cdot 1 \text{ kg} = 0,025 \text{ kg} = \mathbf{25 \text{ g r.S.}}$
über *Formeln*: $w = 2 / 80 = 2,5\% // m(\text{r.S.}) = 1000 \text{ g} \cdot 0,025 = 25 \text{ g r.S.}$
- 5) 40 mg r.S. \rightarrow 500 mg Lsg. // x r.S. \rightarrow 200 g Lsg.
 $x = (200 \text{ g} / 0,5 \text{ g}) \cdot 40 \text{ mg} = 16.000 \text{ mg} = 16 \text{ g r.S.}$
damit ist der Wasseranteil $200 - 16 = \mathbf{184 \text{ g Wasser.}}$
über *Formeln*: $w = 40 / 500 = 8\% // m(\text{r.S.}) = 200 \cdot 0,08 = 16 \text{ g, also } 184 \text{ g Wasser.}$
- 6) Anstelle von "r.S." und "Lsg." kommen jetzt chemische Substanzen vor. Das sollte uns aber nicht abschrecken, es sind immer noch einfache Dreisätze!
 $300 \text{ g Eisenoxid} \rightarrow 120 \text{ g Fe} // x \text{ g Eisenoxid} \rightarrow 2 \text{ t} = 2.000 \text{ kg} = 2.000.000 \text{ g Fe}$
 $x = (2.000.000 \text{ g} / 120 \text{ g}) \cdot 300 \text{ g} = 5.000.000 \text{ g} = 5.000 \text{ kg} = \mathbf{5 \text{ t technisches FeO.}}$

Da die Umrechnung der Einheiten eine Fehlermöglichkeit bietet, ist eine Kontrolle des Ergebnisses über die *Formeln* sinnvoll:

120 g Fe in 300 g technischem FeO: $w = 0,4 = 40\%$

2 t Fe in 5 t technischem FeO: $w = 2 / 5 = 0,4 = 40\%$.

- 7) ☼ - Aufgabe! Die Aufgabenstellung enthält die Dinge etwas verdreht; man hätte das ja auch klarer schreiben können! (Wir schaffen es trotzdem!)

Abkürzungen: P = Phosphor, P_2O_5 = Phosphorpentoxid

A 1 g $P_2O_5 \rightarrow 0,4364$ g P // 20 kg $P_2O_5 \rightarrow x$ g P

$x = (20.000 \text{ g} / 1 \text{ g}) \cdot 0,4364 = 8.728$ g P

B 0,07 g P \rightarrow 1 g Calciumphosphat // 8.728 g P $\rightarrow x$ g Calciumphosphat

$x = (8.728 \text{ g} / 0,07 \text{ g}) \cdot 1 \text{ g} = 124.685,7 \text{ g} \approx 124,7 \text{ kg Calciumphosphat}$

Eine *alternative* Lösung wäre:

1 g Calciumphosphat \rightarrow 0,07 g P

1 g P \rightarrow 2,2915 g P_2O_5 (Umkehrung der Angabe der Aufgabenstellung)

damit 0,07 g P \rightarrow $0,07 \cdot 2,2915 = 0,1604$ g $P_2O_5 \rightarrow$ 1 g Calciumphosphat

Dreisatz: 20 kg $P_2O_5 \rightarrow x$ g Calciumphosphat // $x = (20.000 / 0,1604) \cdot 1 \text{ g} = 124,7 \text{ kg}$

- 8) **15 g** in $50 + 150 = 200$ g Lösung. Die Wasserzugabe ändert $m(r.S.)$ nicht, also **15 g r.S.**

15 g r.S. \rightarrow 200 g Lsg. // x g r.S. 40 g Lsg. // $x = (40 / 200) \cdot 15 = 3 \text{ g r.S.}$

Kontrolle: $15 / 200 = 7,5\%$, $3 / 40 = 7,5\%$

- 9) $m(\text{Lösung})$ wird als erstes berechnet;

Über die *Formeln*: $w = 0,8 \text{ g} / 7 \text{ g} = 0,114\dots$. In 350 g Lsg: $0,114\dots \cdot 350 = 40 \text{ g r.S.}$

Damit bleiben bei 350 g Lösung $350 - 40 = 310 \text{ g H}_2\text{O}$.

Mit *Dreisatz*: $0,8 \text{ g r.S.} \rightarrow 7 \text{ g Lsg.}$ // x g r.S. \rightarrow 350 g Lsg.

$x = (350 / 7) \cdot 0,8 = 40 \text{ g r.S.}$ und Wassermenge wie vorher 310 g.

- 10) 10 g Lsg. \rightarrow 8 g Wasser // 200 g Lsg. $\rightarrow x$ g Wasser // $x = (200 / 10) \cdot 8 = 160 \text{ g}$

damit $200 - 160 = 40 \text{ g r.S.}$

oder: 10 g Lsg. \rightarrow 2 g r.S. // 200 g Lsg. $\rightarrow x$ g r.S. // $x = (200 / 10) \cdot 2 = 40 \text{ g r.S.}$

oder: $w(r.S.) = 2 / 10 = 0,2$ // $m(r.S.) = 200 \cdot 0,2 = 40 \text{ g r.S.}$

- 11) 5 g r.S. \rightarrow 20 g Lsg. // x g r.S. \rightarrow 400 g Lsg. // $x = (400 / 20) \cdot 5 = 100 \text{ g r.S.}$

mit *Formeln*: $w = 5 / 20 = 0,25$ // $m(r.S.) = 400 \cdot 0,25 = 100 \text{ g r.S.}$

- 12) ☼ - Aufgabe! Welchen Gehalt hat die "Lösung gleichen Gehalts"? Wenn aus 50 g dieser Lösung durch Wasserzugabe 200g entstehen, ist der Gehalt 4%. Also ist die Ausgangslösung viermal konzentrierter, $w = 16\%$. *Dreisatz dazu* (umgekehrter!):

200 g Lsg. $\rightarrow 1 / 4\%$ // 50 g Lsg. $\rightarrow 1 / x$

$200 / 50 = (1 / 4\%) / (1 / x) = x / 4\% \Rightarrow x = (200 / 50) \cdot 4 = 16\%$

a) 140 g Lsg.: 16%-ige Lösung: 100 g Lsg. $\rightarrow (100 - 16) = 84 \text{ g Wasser}$

140 g Lsg. $\rightarrow (140 / 100) \cdot 84 = 117,6 \text{ g H}_2\text{O}$

(16%-ige Lsg: $140 \cdot 0,16 = 22,4 \text{ g r.S.}$; $140 - 22,4 = 116 \text{ g H}_2\text{O}$)

b) Ausgangslösung: 5 g r.S. in einer 16%-igen Lösung:

$m(\text{Lsg.}) = 5 \text{ g} / 0,16 = 31,25 \text{ g}$

Die Wassermenge ist also $31,25 - 5 = 26,25 \text{ g H}_2\text{O}$.

- 13) 2 g NaBr (Natriumbromid) in 50 g Lösung. In 250 g also fünfmal so viel, 10 g NaBr.

1 g NaBr \rightarrow 0,2234 g Na // 10 g NaBr $\rightarrow x$ g Na // $x = 2,234 \text{ g Natrium}$.

- 14) Eine "zuckersüße" Aufgabe zum Schluss nach so viel Arbeit. 5% bleiben eben **5%**, egal wie viel man von der Lösung hat.

- 15) Da muss man nur den Text genau lesen! Die 10 Männer schenken insgesamt 10 Rosen,

aber jeder nur **1** seiner Angebeteten!  \rightarrow 

(2006 / A. Kratochwill)